Mediaevalia Americana
Revista de la Red Latinoamericana de Filosofía Medieval
Año 3, N. 1, junio 2016, pp. 21-43. ISSN 2422-6599

Los octágonos medievales de oposición y equivalencia: su forma lógica*

Juan Manuel Campos Benítez

1. Introducción

El octágono medieval de oposición y equivalencia es una expansión del cuadrado aristotélico y puede expresarse en varias formas. En el siglo XIV encontramos tres: el octágono de oposición para oraciones con predicado cuantificado, el octágono para oraciones modales *de re* cuantificadas y el octágono para oraciones que contienen un caso oblicuo, específicamente el genitivo[1]. Ejemplos de oraciones pertenecientes a estos octágonos son: "Todo hombre es algún animal", "Todo hombre posiblemente corre" y "De todo hombre algún asno corre", respectivamente.

En este artículo quiero presentar los octágonos medievales expresados en un simbolismo moderno, recurriendo a la lógica elemental (incluyendo relaciones e identidad) y a la lógica modal. También quiero resaltar una relación lógica que no se encuentra en el cuadrado tradicional de oposición. En dicho cuadrado tenemos relaciones entre oraciones categóricas a las que los medievales asignaron letras mnemotécnicas: A, E, I y O. La relación entre A y E es la contrariedad, es decir, A y E son contrarias y esta relación es simétrica. E y O son subcontrarias, relación también simétrica. A y O, E e I son contradictorias, y también es una relación simétrica. A e I y E y O mantienen la subalternación, que no es simétrica. Ahora bien, el octágono (o mejor dicho, los octágonos) muestran una relación que no

* Conferencia presentada en el Primer Congreso Nacional de Historia y Filosofía de las Matemáticas y de la Lógica, en la Universidad Panamericana, Ciudad de México, 24 de febrero de 2015.

[1] Se encuentran explícitamente en Jean Buridan, *Summulae de dialéctica*. Contamos con una versión latina en línea en el sitio: http://individual.utoronto.ca/pking/resources/buridan/Summulae_de_dialectica.txt y una traducción inglesa por Gyula Klima, *Summulae de dialectica*, New Haven, Yale University Press, 2001. No vienen aquí las imágenes de los octágonos, pero se pueden apreciar en Stephen Read, "John Buridan's Theory of Consequence and his Octagons of Opposition", Jean-Yves Béziau - Dale Jacquette (eds.), *Around and Beyond the Square of Opposition*, Basel, Springer, 2012, pp. 100, 102 y 106.

corresponde a ninguna de las anteriores, es decir, encontraremos pares de oraciones que no son contrarias, no son subcontrarias, no son subalternas ni son contradictorias; dicha relación, no obstante, es simétrica. Los medievales llamaban *disparatae* a las oraciones que mantienen esta relación. Trataré de encontrar una función de estas oraciones *disparatae* dentro de los octágonos. Finalmente intentaré expresar lo que considero la "esencia" del octágono, es decir, una manera de expresar un esquema octagonal donde puedan caber los octágonos medievales y otros relacionados con las llamadas "extensiones" de la lógica.

1.1. Una aclaración

Aunque no quisiera distraer la atención del lector antes de entrar en el tema y no sea aquí el lugar donde exponer la teoría de la *suppositio*[2] (que incluye clases de referencia), debo notar lo siguiente. Una oración como *Homo est animal* admite varias interpretaciones, según el tipo de *suppositio* que tenga. Los medievales hablaban de la "materia" de la oración aludiendo precisamente a la relación entre Sujeto y Predicado; decían que podía ser "natural" o necesaria, "remota" o imposible, y contingente. Tenemos suposición natural cuando la relación entre S y P es necesaria, o cuando el sujeto, por su naturaleza, recibe al predicado. Cuando se trata la oposición de este tipo de oraciones se alteran las relaciones del cuadrado. Por ejemplo, las subcontrarias (*Homo est animal y Homo non est animal*) no pueden ser ambas verdaderas y la subalterna implica a la subalternante[3]. La cuantificación no aparece aquí, se trata más bien de oraciones modales. Algo parecido ocurre con las

[2] Una breve exposición se encuentra en Juan Manuel Campos Benítez, "Referencia y modalidad en autores realistas y nominalistas de los siglos XIII y XIV", *Mediaevalia Americana*, 1, 1, 2014, pp. 95-113, donde muestro que la discusión sobre la suposición natural es importante para la polémica entre realismo y nominalismo. Hay discrepancias, pues, respecto a las suposiciones a admitir; encontramos, no obstante, cierto acuerdo respecto a las conectivas, los cuantificadores y sus respectivas reglas.

[3] William de Sherwood, *Introductiones in logicam*, Hartmut Brands - Cristoph Kann (eds.), Hamburgo, Felix Meiner Verlag, 1995, c.1, ll. 261 y ss. dice: "Et notandum, quod cum particularis aliqua sit vera in naturali materia, sua subcontraria non potest sit vera, quia in naturali materia quicquid inest uni particulari, inest omni [...] Et similiter in hiis materiis particulare convertitur cum universali. Unde in his non possunt subcontrariae simul esse verae. Item. Veritas particularis subalternae infert veritatem universalis subalternantis".

oraciones en suposición simple, como en *Homo est species*, donde tampoco hay que tratarlas como oraciones cuantificadas[4].

La suposición "personal" trata expresamente la cuantificación en sus subdivisiones: discreta (cuando en la oración tenemos un término singular, como lo es el nombre propio, por ejemplo "Brunelo corre"; admite cuantificación particular, "Algo corre") y común. Ésta se subdivide en determinada y distributiva; de hecho hay más clasificaciones de la suposición personal, para nuestros fines bastan con éstas. *Homo est animal* interpretada como teniendo suposición personal quiere decir "Un hombre es un animal", con carga existencial, cosa que no ocurre con la suposición natural. Son oraciones cuantificadas las que permiten la conversión, cambiar el sujeto por el predicado, y el "descenso", donde tendremos finalmente oraciones singulares de identidad, como veremos.

2. Oraciones con predicado cuantificado

2.1. Cuantificación e identidad

Comenzaré por lo más fácil, el Octágono para oraciones con predicado cuantificado. Supongamos la oración:

a) "Todo hombre es animal"

y un mundo muy pequeño donde existan tres animales: Sócrates, Brunelo y Fabelo. Sócrates es un ser humano, Brunelo y Fabelo son asnos. Cuando decimos que todo hombre es animal, lo que queremos decir es que nuestro hombre en ese pequeño mundo es alguno de los animales que lo habitan. Esto es:

[4] William of Ockham, *Summa logicae*, Philotheus Boehner (ed.), Nueva York, Saint Bonaventure University Press, 1974, II. 3 "…sicut istae duae non conuertuntur 'homo est species' et 'aliquis homo est species', quia in ista 'homo est species' potest 'homo' supponere simpliciter, sed in ista 'aliquis homo est species' ly homo propter hoc quod sibi additur signum particulare et non comparatur ad aliquid pertinens ad signum, non potest supponere nisi personaliter".

> Sócrates es este animal (apuntando a Sócrates) o Sócrates es este otro animal (apuntando a Brunelo) o Sócrates es aquel animal (apuntando a Fabelo). Podemos abreviar diciendo: Sócrates es este, o ese o aquel animal.

Supongamos que nuestro mundo es un poquito más populoso, que contiene a otro hombre, Platón. En este caso:

b) "Todo hombre es animal"

quiere decir:

> Sócrates es este animal o este otro, o aqueste otro o aquel otro (apuntando respectivamente a Sócrates, Platón, Brunelo, Fabelo) Y Pláton es este animal, o este otro, o aqueste otro, o aquel otro (apuntando en el mismo orden).

El lector notará que el uso de los artículos demostrativos, aunque eficaz para distinguir un animal de otro (este, ese, aquel) no nos ayuda cuando se multiplican los individuos; piense que pasaría si agregamos otro ser humano, los demostrativos no nos alcanzarían. Podemos usar subíndices para los hombres y para los animales: así, en lugar de decir "este hombre" (señalando a Sócrates), podemos decir "h_1", que también puede llamarse "a_1", pues en efecto, Sócrates es el mismo que a_1 y h_1. Lo mismo ocurre con Brunelo y Favelo; son a_2 y a_3 respectivamente.

Podemos utilizar el simbolismo ordinario, con letras minúsculas para constantes individuales ("h_1" es una constante, pues se refiere al mismo individuo, como en el caso de los nombres propios, a los que omitiremos en nuestro tratamiento, pues no aparecen en la formulación inicial "Todo hombre es animal") y las conectivas usuales, tenemos pues:

a') $h_1=a_1 \vee h_1=a_2 \vee h_1=a_3$

b') $(h_1=a_1 \vee h_1=a_2 \vee h_1=a_3) \wedge (h_2=a_1 \vee h_2=a_2 \vee h_2=a_3)$

Ambas oraciones son verdaderas al ser la primera una disyunción de tres identidades con una de ellas verdadera, $h_1=a_1$ y la segunda una conjunción de disyunciones cada una con una parte verdadera: $h_1=a_1$ y $h_2=a_2$ respectivamente.

Nótese que hemos interpretado una oración general, cuantificada, en términos de oraciones de identidad entre términos singulares más las conectivas para la disyunción y conjunción. La oración a') solo contiene disyunciones, y la razón es que sólo contiene un individuo que tenga la propiedad de ser humano. La oración b') contiene una conjunción, pues hay dos individuos que, al mismo tiempo que animales, son seres humanos. Si hubiera tres seres humanos tendríamos otra conjunción, y así sucesivamente.

2.2. Cuantificación y conectivas

Las oraciones a') y b') tienen, a simple vista, un solo cuantificador, "Todo", que afecta directamente al sujeto de la oración, "hombre". Ahora bien, una doctrina medieval dice que podemos interpretar un cuantificador universal en términos de conjunciones[5]. Por ejemplo, supongamos que en nuestro pequeño mundo de tres habitantes, todos son feos. Podemos llamarles f_1, f_2 y f_3, y así, al decir que todas las cosas son feas, tenemos la equivalencia:

$$\forall xFx \leftrightarrow (Ff_1 \wedge Ff_2 \wedge Ff_3)$$

Y una oración particular se expresa en términos de disyunciones[6]: si existe al menos una cosa es fea tenemos la equivalencia:

$$\exists xFx \leftrightarrow (Ff_1 \vee Ff_2 \vee F f_3)$$

[5] Por ejemplo, dice Ockham, ob. cit., I. 70: "… sequitur enim 'omnis homo est animal, igitur iste homo est animal et ille homo est animal', et sic de singulis".
[6] Alberto de Sajonia, *Perutilis logica*, Ángel Muñoz (ed.), México, UNAM, 1988, parág. 428: "Nam ad veritatem istius propositionis 'homo currit', sufficit veritas istius disiunctivae 'iste homo currit, vel ille homo currit', et sic de singulis". El sujeto de la oración es indefinido, pero acepta inmediatamente suposición determinada, es decir, particular, "un hombre corre"; (cf. 474: in suppositione indefinita, subiectum supponit determinate) es verdadera bajo las condiciones indicadas. Nótese el aspecto semántico de la cuantificación en los medievales. También Ockham, ob. cit., I. 36: "…similiter istae 'omnis homo est animal', 'homo non est animal', et hoc quia indefinita, quando subiectum sumitur significatiue, semper conuertitur cum particulari".

Ahora bien, nuestra oración a’) no contiene conjunciones, pero es universal. ¿Cómo explicar esto? La razón es que en ese mundo presupuesto por a’) solo existe un ser humano, y ese ser humano es **alguno** de los animales, lo que pide disyunciones, y en efecto, la oración consta de tres disyuntos. Basta con que uno de los disyuntos sea verdadero para que toda la expresión lo sea. La oración:

$$\text{b')}\ (h_1=a_1 \vee h_1=a_2 \vee h_1=a_3) \wedge (h_2=a_1 \vee h_2=a_2 \vee h_2=a_3)$$

es una conjunción pues la conjunción es la conectiva principal, pero sus partes son disyunciones. Es conjunción porque el primer cuantificador es universal y existe más de un individuo que posea la propiedad de ser hombre. Pero sus partes son disyunciones. La regla de la conjunción pide que **todas** sus partes sean verdaderas, y la de la disyunción pide que **al menos una** de las partes lo sea (se trata pues de la disyunción inclusiva pero nótese la presencia del cuantificador universal en la regla de la conjunción y la del cuantificador particular en la de la disyunción); ambas reglas se cumplen en b’) y por eso es verdadera, pero esto nos dice algo más.

Si se cumplen las reglas de la conjunción y de la disyunción, entonces tenemos la presencia de dos cuantificadores en la oración “Todo hombre es animal”. ¿Dónde está el otro cuantificador y cuál es[7]? Dada la presencia de la disyunción, se trata de un cuantificador particular, o existencial, como se llama ahora. No está a la vista, no es explícita su presencia, pero está implícito en el predicado porque en efecto todo hombre es algún animal. Llegamos así a la noción de predicados cuantificados.

2.3. Los predicados cuantificados

Podemos interpretar ahora nuestras oraciones a’) y b’), aparentemente las mismas pero al estar relacionadas a modelos distintos su análisis es diferente, pero ambas pueden reformularse haciendo explícita la cuantificación del predicado, comenzando con “Todo hombre es un animal”, y “un” admite inmediatamente expresarse como “algún”, una expresión usual para el cuantificador particular:

[7] Corresponde a la llamada suposición “solo confusa”. Ockham, ob. cit., I. 73, dice: “quando terminus communis sequitur signum uniuersale affirmatiuum mediate, tunc stat confuse tantum, hoc est semper in uniuersali affirmatiua praedicatum supponit confuse tantum, sicut in ista ‘omnis homo est animal’, ‘omnis homo est albus’, et sic de aliis”.

c) "Todo hombre es algún animal"

que se analiza como lo hemos hecho arriba, cuando el sujeto está ejemplificado por al menos dos individuos. Si está ejemplificado por uno solo, se omite el primer cuantificador. Nótese que en nuestra primera oración a') es el predicado el que aparece, en nuestro análisis, como explícitamente cuantificado, pues no tenemos una conjunción y sí tres disyuntos.

Demos un paso más: tenemos una oración con sujeto y predicado, y si hacemos explícita la cuantificación del predicado tenemos cuatro combinaciones:

1. Sujeto universal y Predicado universal
2. Sujeto universal y Predicado particular
3. Sujeto particular y Predicado universal
4. Sujeto particular y Predicado particular

Y obtenemos así cuatro oraciones afirmativas con sujeto y predicado cuantificados; podemos obtener también oraciones negativas, sus contradictorias. Seguirían estos esquemas, donde el cuantificador es afirmativo, a menos que se indique expresamente lo contrario:

5. Sujeto universal y Predicado universal negativo
6. Sujeto universal y Predicado particular negativo
7. Sujeto particular y Predicado universal negativo
8. Sujeto particular y Predicado particular negativo

2.4. El octágono con predicados cuantificados

Tenemos ya los ocho esquemas de oraciones del octágono. Podemos simplificar las ocho expresiones utilizando dos veces las letras usuales del Cuadrado de Oposición, las famosas A, E, I y O indicando que la primera letra afecta el sujeto y la segunda el predicado. Por ejemplo AA indica sujeto universal y predicado universal. Podemos ya expresar el Octágono para oraciones con predicado cuantificado así:

AA	AE
AI	AO
IA	IE
II	IO

Ejemplificando:

AA	"Todo hombre es todo animal"	"Todo hombre es ningún animal"	AE
AI	"Todo hombre es algún animal"	"Todo hombre no es algún animal"	AO
IA	"Algún hombre es todo animal"	"Algún hombre no es ningún animal"	IE
II	"Algún hombre es algún animal"	"Algún hombre no es algún animal"	IO

La oración AE se expresa naturalmente como "Ningún hombre es animal" y corresponde a la oración E del cuadrado tradicional; AI corresponde a la A, II a la I e IE a la O del cuadrado tradicional; cuando aparecen dos letras hacemos explícita la cuantificación del predicado. AE hace explícita la presencia del cuantificador en el predicado, que es de lo que trata el octágono. Puede expresarse también como "Ningún hombre es algún animal". Pero la presencia de "algún" antes del predicado "animal" podría despistar a más de un lector y sugerir que la cuantificación del predicado es particular. Los medievales conocían muy bien las equivalencias entre cuantificadores, y sus expresiones en su lengua natural. "Ningún" equivale a "No alguno" que equivale a "Todo…no"[8]. Notemos también la equivalencia, prescindiendo de sujeto y predicado cuyo lugar se deja en blanco en estas oraciones con dos cuantificadores[9]:

"Ningún…algún…" $\leftrightarrow$ "Todo…no algún…" $\leftrightarrow$ "Todo…todo no…"

nuestra oración inicial, AE: sujeto universal, predicado universal negativo. Notemos que hay varias maneras de decir lo mismo, en base a las equivalencias. El octágono para predicados cuantificados que ofrece Jean Buridan tiene nueve maneras distintas para expresar cada extremo. Pero pasemos a las relaciones lógicas.

[8] W. Sherwood, ob. cit., 1.367: "'Nulllus', 'non aliquis', 'omnis non' aequiparantur".
[9] Ibíd., 1.373-375: "Item. Sciendum, quod si duo signa sint in una locutione, quórum primum sit universale, tunc primum aequipollet contrario et secundum suo contradictorio".

3. Las relaciones lógicas del octágono

El octágono admite todas las relaciones del cuadrado, esto es, tendremos también oraciones:

3.1. Las oraciones contrarias

Contrarias (AA-AE), ambas son universales, una afirmativa y la otra negativa y no pueden ser ambas verdaderas pero sí ambas falsas. Los medievales decían que (AA-AO), (AI-AE) son contrarias por razón del sujeto y (AA-IE), (IA-AE) por razón del predicado. No es fácil entender cómo (AA-AO) son contrarias por razón del sujeto, pero podemos explicarlo con ejemplos.

AA puede leerse como "**Todo** hombre es **todo** animal", resaltando los cuantificadores.

AO puede leerse como "**Todo** hombre **no** es algún animal", resaltando el primer cuantificador y la negación. "Todo no" es precisamente el cuantificador universal negativo.

En las contrarias por razón del predicado (AA-IE) y (IA-AE) las letras del predicado son precisamente A y E, las contrarias tradicionales. Notemos que pueden ser ambas falsas: AA: "Todo hombre es todo animal" es falsa. Como también lo es IE: "Algún hombre no es ningún animal".

3.2. Las oraciones subcontrarias

Subcontrarias (II-IO), ambas son particulares, una afirmativa y la otra negativa y no pueden ser falsas a la vez.

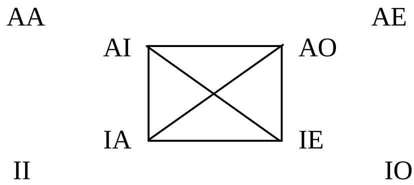
Por el sujeto son subcontrarias (IA-IO), (II-IE); no pueden ser ambas falsas. IA: "Algún hombre es todo animal" es falsa en nuestros modelos, pero IO: "Algún hombre no es algún animal" es verdadera, pues en efecto, Sócrates no es Brunelo, es decir, no es algún animal. Por el predicado (AI-IO), (II-AO) y pueden ser ambas verdaderas.

3.3. Las subalternas

Subalternas: la universal implica a la particular, ya sea por el sujeto, por el predicado por ambos: (AA-AI), (AA-IA), (AA-II), (AI-II), (IA-II); (AE-AO), (AE-IE), (AE-IO), (AO-IO), (IE-IO).

3.4. Las contradictorias

Contradictorias: no pueden ser ambas ni verdaderas ni falsas a la vez; si una es verdadera, la otra es falsa. Son (AA-IO), (AE-II) que forman, por decirlo así, un cuadrado externo de contradictorias, los extremos más alejados. Pero (AI-IE), (IA-AO) forman un cuadrado interno. Podemos ilustrarlo así:



3.5. Las disparatadas

Disparatadas: el cuadrado interno consta de AI, AO, IA e IE. Cada extremo del cuadrado interno se relaciona "disparatadamente" con sus dos extremos adyacentes. AI con IA y con AO. IA con AI y con IE. IE con IA y AO; finalmente AO se relaciona con AI y con IE.

Es difícil establecer en qué consiste exactamente esa relación[10]. Podemos notar que AI y IA no pueden implicarse, pues si bien AI implicaría IA por el sujeto, dado que A implica I, no puede implicarlo por el predicado, pues I no implica A. Lo

[10] J. Buridan, *Summulae de dialectica*, 1.8 dice acerca de las *disparatae* que no siguen las relaciones usuales (*nullam legem tenentes*), no son ni contradictorias ni equivalentes (*nec repugnantes gratia formae nec una sequens ad aliam*, y dice, con cierta extrañeza que parecieran no compartir el mismo sujeto ni el mismo predicado (*sicut si essent de diversis subiectis et diversis praedicatis*). Ofrece reglas para identificarlas.

mismo ocurre con IA y AI, se implicaría por el predicado, pero no por el sujeto. ¿Podrían ser ambas verdaderas? AI: "Todo hombre es algún animal", IA: "Algún animal es todo hombre". No son verdaderas en nuestros pequeños modelos, pero podrían serlo en un modelo mucho más pequeño. Supongamos que solo existe un solo hombre y un solo animal, un solo individuo ejemplifica ambas propiedades. En este caso ambas serían verdaderas, incluso equivalentes. Pero en nuestro modelo AI es verdadera y IA es falsa, pero no son contradictorias pues ambas son afirmativas.

Ocurre lo mismo entre AO y IE, pues A implica I por parte del sujeto, pero se bloquea esto por parte del predicado pues O no implica E, y viceversa. Sin embargo AO es verdadera, pues es cierto que Sócrates no es Brunelo, así que "Todo hombre no es algún animal" es verdadera. IE es falsa, pues afirma que algún hombre no es ningún animal, lo cual es falso pues Sócrates es un animal; pero no son contradictorias pues ambas son negativas.

IA y IE son ambas falsas, pero por esa misma razón no pueden ser contradictorias. Estaría uno tentado a pensar que son contrarias, pero ambas son particulares, AI y AO son ambas verdaderas y por eso podría pensarse que son subcontrarias, pero ambas son universales, así que no pueden ser subcontrarias.

La parte izquierda del octágono, las oraciones afirmativas, comienzan con dos cuantificadores universales y en la última línea tenemos dos cuantificadores particulares; la segunda línea comienza con universal seguido por particular y la tercera con particular seguido por universal. Podemos considerar las oraciones AI y IA como pasos intermedios entre AA y II:

1. Ambos universales: AA
2. Universal Particular: AI
3. Particular Universal: IA
4. Ambos particulares: II

lo mismo podemos decir de la parte derecha, las oraciones negativas. Esta es una función de las oraciones disparatadas.

4. El octágono con predicado cuantificado formalizado

Podemos formalizar el octágono con el lenguaje de la lógica de predicados:

AA	$\forall x \forall y(Sx \rightarrow (Py \rightarrow x=y))$	AE	$\forall x \forall y(Sx \rightarrow (Py \rightarrow x \neq y))$
AI	$\forall x \exists y(Sx \rightarrow (Py \wedge x=y))$	AO	$\forall x \exists y(Sx \rightarrow (Py \wedge x \neq y))$
IA	$\exists x \forall y(Sx \wedge (Py \rightarrow x=y))$	IE	$\exists x \forall y(Sx \wedge (Py \rightarrow x \neq y))$
II	$\exists x \exists y(Sx \wedge (Py \wedge x=y))$	IO	$\exists x \exists y(Sx \wedge (Py \wedge x \neq y))$

Donde para validar ciertas inferencias necesitamos recurrir a la aplicación existencial de las universales. Para pasar de AA a II requerimos dos premisas existenciales, una para S y otra para P. Para validar la inferencia de AA a AI requerimos aplicación existencial de P. Para validar la inferencia de AA a IA requerimos la aplicación existencial de S; AI y IA requieren aplicación existencial del sujeto y del predicado respectivamente para implicar II. Lo mismo vale para el otro lado, el negativo. Para validar las contrarias (no pueden ser verdaderas a la vez) requerimos también aplicación existencial de S y P. (AA-AO) y (AI-AE) son también contrarias, aunque no *simpliciter* sino por razón del sujeto y exigen aplicación existencial por parte del sujeto. Las contrarias por razón del predicado (AA-IE) y (AE-IA) requieren aplicación existencial por parte del predicado.

5. El octágono modal *de re*

Todo lo que hemos dicho, incluyendo las equivalencias entre cuantificadores, vale para otro octágono que combina cuantificación del sujeto con un modo que indica cómo se atribuye el predicado al sujeto. Los modos son” posible” y “necesario” y nos sirven para definir otros, como “imposible”, que es la negación de “posible” y que equivale a “necesario…no”; las equivalencias entre los modos semejan las equivalencias entre cuantificadores. Cuando un modo aparece en una oración se le denomina oración “modal”. Ahora bien, un modo puede colocarse antes o después de una oración, y se le llamaba modalidad *de dicto*, como en estos ejemplos:

“Es necesario que todo hombre sea animal”

y

“Que todo hombre sea animal es necesario”

Pero podemos ubicar el modo dentro de la oración, como un adverbio, y se denomina modalidad *de re*:

"Todo hombre **necesariamente** es animal"

Y de estas oraciones trata el octágono modal.

El octágono de predicados exhibía dos cuantificadores, uno para el sujeto y otro para el predicado; ahora tenemos una combinación de cuantificación y operadores modales, pues se le pueden llamar así a esas expresiones. Se trata de la modalidad *de re* o al interior de una oración y generalmente de manera adverbial. Tomando como sujeto "hombre" y como predicado "disputar", nuestro octágono modal queda así:

AA "Todo hombre necesariamente disputa"	AE "Todo hombre necesariamente no disputa"
AI "Todo hombre posiblemente disputa"	AO "Todo hombre posiblemente no disputa"
IA "Algún hombre necesariamente disputa"	IE "Algún hombre necesariamente no disputa"
II "Algún hombre posiblemente disputa"	IO "Algún hombre posiblemente no disputa"

¿Por qué usar las mismas letras si ahora tenemos solo un cuantificador? En el octágono anterior hay dos cuantificadores, y por eso las letras nos servían *ad hoc* para expresar las relaciones. Los medievales desarrollaron un cuadrado modal donde en lugar del cuantificador universal tenían el operador modal de la necesidad y en lugar del cuantificador particular el operador de la posibilidad. Sabían de esa fuerte analogía entre cuantificación y modalidad[11]. Las relaciones lógicas son exactamente

[11] Tomás de Aquino (o Pseudo Tomás), *De propositionibus modalibus*, dice: "Attendendum est autem quod necessarium habet similitudinem cum signo universali affirmativo [...] impossibile cum signo universal negativo [...] contingens vero et possibile similitudinem habent cum signo particulari". Disponible en http://www.corpusthomisticum.org/dpp.html.

las mismas: subalternación, contrariedad, subcontrariedad y contradicción. También las relaciones que encontramos en el octágono para predicados cuantificados valen para el octágono modal para oraciones modales *de re* cuantificadas.

Por otra parte, es ya un lugar común en la llamada "Semántica de los mundos posibles" y en los textos de lógica modal relacionar verdad y mundos posibles. Así, una proposición necesaria es aquella que es verdadera en **todos** los mundos posibles y una proposición posible es aquella que es verdadera en **al menos un** mundo posible[12]. Tenemos ya una analogía explícita entre modos y cuantificación, que vale incluso para las equivalencias entre modos, que es exactamente la misma o sigue los mismos procedimientos que entre los cuantificadores, lo cual nos permite seguir usando nuestras viejas conocidas vocales A, E, I y O y sus combinaciones. Usamos los símbolos usuales: el cuadrado para la necesidad y el diamante para la posibilidad. El octágono modal formalizado queda así:

AA $\forall x(Sx \rightarrow \Box Px)$	AE $\forall x(Sx \rightarrow \Box \sim Px)$
AI $\forall x(Sx \rightarrow \Diamond Px)$	AO $\forall x(Sx \rightarrow \Diamond \sim Px)$
IA $\exists x\ (Sx \wedge \Box Px)$	IE $\exists x(Sx \wedge (\Box \sim Px)$
II $\exists x(Sx \wedge \Diamond Px)$	IO $\exists x(Sx \wedge \Diamond \sim Px)$

La aplicación existencial será solo para el sujeto en las oraciones AA, AE. AI, AO en sus relaciones de subalternación y contrariedad tanto por el sujeto como por el modo. A propósito, una oración universal pide aplicación existencial en el cálculo de predicados para poder inferir una proposición particular, pero una oración necesaria no requiere de algún tipo de "aplicación existencial" para poder inferir una proposición posible. Esta es una diferencia a tomar en cuenta, pero hemos dicho que el octágono de predicados cuantificados muestra una analogía con el octágono modal, y siempre que hay analogía hay diferencias.

Es importante también señalar que ciertas operaciones, como la conversión modal de la universal negativa y particular afirmativa ("Ningún S puede ser P" y

[12] Por ejemplo Nicholas Rescher, *A Theory of Possibility*, Pittsburgh, University of Pittsburgh Press, 1975, p. 4: "1. p es (lógicamente) posible si se da (es verdadera) en algún mundo posible. 2. p es (lógicamente necesaria) si se da (es verdadera) en todo mundo posible".

“Ningún P puede ser S”; “Algún S puede ser P” y “Algún P puede ser S”) pueden ser validadas en la lógica contemporánea recurriendo al Sistema S5 de Lewis[13].

Debemos notar, además, que el octágono modal no cuantifica el predicado o, si se prefiere, cambia la cuantificación del predicado por una cuantificación modal del mismo. Conservar la cuantificación del predicado y añadir la modalidad no ayudaría a entender las relaciones entre los modos pues plantearía dudas sobre su ubicación exacta, lo cual nos lleva a las llamadas fórmulas Barcan y a las fórmulas buridanas que no podemos tratar aquí.

6. El octágono para oraciones en genitivo

Comenzaré con un ejemplo que nos recordará inmediatamente a los predicados cuantificados, pero que es distinto a ellos. Tomemos la oración:

d) “De todo hombre todo asno corre”

Tenemos dos cuantificadores explícitos, ambos universales. Pero ya sabemos las combinaciones posibles: ambos universales, ambos particulares, el primero universal y el segundo particular y viceversa. Lo mismo vale para las respectivas oraciones negativas, y con esto ya tenemos nuestro octágono genitivo. Genitivo indica aquí una relación de pertenencia, digamos que x pertenece a y, y podemos cuantificar sobre ambos. Podemos expresar el octágono así:

AA	“De todo hombre todo asno corre”	“De todo hombre todo asno no corre”	AE
AI	“De todo hombre algún asno corre”	“De todo hombre algún asno no corre”	AO
IA	“De algún hombre todo asno corre”	“De algún hombre todo asno no corre”	IE
II	“De algún hombre algún asno corre”	“De algún hombre algún asno no corre”	IO

Notemos que estas oraciones se parecen a las oraciones del octágono con predicado cuantificado por la presencia de dos cuantificadores, pero esta vez relacionados con el mismo “predicado”; de hecho se trata de la relación de

[13] Cf. mi “La conversión modal medieval y el sistema modal S5 de Lewis”, Andrés Eichman Oerhli - Mario Frías Infante (eds.), *Classica boliviana. Actas del V Encuentro Boliviano de Estudios Clásicos*, La Paz, Plural Editores-SOBEC, 2010, p.138, donde presento la prueba.

pertenencia o propiedad, expresada en el caso genitivo. El predicado de todas las oraciones es “correr” y quizá podríamos entender la expresión en genitivo “de todo/algún/ningún hombre todo/algún/ningún asno…” como una especie de sujeto complejo y las negaciones están dentro de la relación, y dado que el predicado no está explícitamente cuantificado debemos considerarlas todas particulares. Las analogías entre los octágonos siempre tienen sus diferencias, como hemos dicho.

Todas las relaciones se mantienen al interior del sujeto complejo. Pero podemos expresar el octágono reformulando primero las oraciones de tal manera que AA “de todo hombre todo asno corre” como “todo asno de todo hombre corre” y así con las demás. La razón es que en español suena raro comenzar la oración con un genitivo o cualquier otro caso. El octágono quedaría pues así:

AA “Todo asno de todo hombre corre”	AE “Todo asno de todo hombre no corre”
AI “Todo asno de algún hombre corre”	AO “Todo asno de algún hombre no corre”
IA “Algún asno de todo hombre corre”	IE “Algún asno de todo hombre corre”
II “Algún asno de algún hombre corre”	IO “Algún asno de algún hombre no corre”

Que formalizamos así:

AA $\forall x \forall y(((Ax \wedge Hy) \wedge Pxy) \rightarrow Cx)$	AE $\forall x \forall y(((Ax \wedge Hy) \wedge Pxy) \rightarrow \sim Cx)$
AI $\forall x \exists y(((Ax \wedge Hy) \wedge Pxy) \rightarrow Cx)$	AO $\forall x \exists y(((Ax \wedge Hy) \wedge Pxy) \rightarrow \sim Cx)$
IA $\exists x \forall y(Ax \wedge ((Hy \wedge Pxy) \rightarrow Cx))$	IE $\exists x \forall y(Ax \wedge ((Hy \wedge Pxy) \rightarrow \sim Cx))$
II $\exists x \exists y(Ax \wedge ((Hy \wedge Pxy) \wedge Cx))$	IO $\exists x \exists y(Ax \wedge ((Hy \wedge Pxy) \wedge \sim Cx))$

Que nos recuerda nuestro primer octágono pero sin oraciones de identidad. Valen todas las inferencias que hemos mencionado arriba y las aplicaciones existenciales pertinentes.

7. Una generalización del octágono

Quizá podamos establecer una generalización para expresar los octágonos con un solo esquema que los abarque. Tenemos cuantificadores universales y particulares y en el cuadrado tradicional de oposición podemos ubicamos arriba los universales y abajo los particulares. Vamos a llamar "fuertes" a los operadores de arriba y "débiles" a los de abajo, usando "F" para universal y "D" para particular. Esto vale para cuantificadores, pero también, y en esto consiste la generalización, para otro tipo de operadores. En lógica epistémica tenemos un operador fuerte (Saber) y débil (posibilidad epistémica); en lógica doxástica tenemos el operador fuerte (creer) y el débil (compatibilidad doxástica); en lógica deóntica tenemos también fuerte (deber) y débil (permisión); en lógica temporal también hay operadores fuertes (siempre en el pasado/siempre en el futuro) y débiles (alguna vez en el pasado/alguna vez en el futuro)[14]. Así pues el siguiente esquema[15] (quizá podríamos llamarlo "metaesquema"; pues sirve para expresar varios esquemas) vale para nuestros octágonos:

FF	F/F
FD	F/D
DF	D/F
DD	D/D

Y con esto terminamos, esperando haber mostrado algo de la complejidad de los octágonos medievales de oposición y equivalencia. Ciertamente no es todo lo que podemos decir acerca al respecto, pero sí el inicio. Ya habrá tiempo para seguir hablando de ellos.

Recibido 03/05/2016
Aceptado 01/06/2016

[14] Un texto de lógica en español que trata estos temas es el de Walter Redmond, *Lógica simbólica para todos*, Xalapa, Universidad Veracruzana, 1999, cc. 4-7.
[15] La diagonal indica que el operador siguiente, el segundo operador, es negativo. Podríamos expresarlo también de otra manera, por ejemplo usando negritas.